

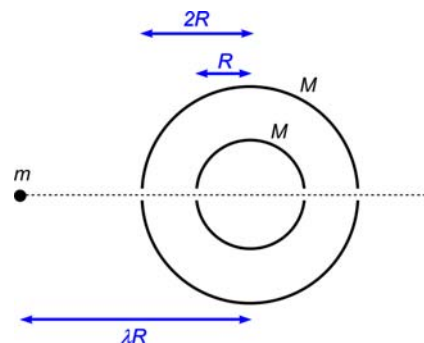


## CONTROL 4

Profesores: M. Clerc, R. Garreaud, P. Martens, A. Meza, S. Rica y C. Romero

**Indicaciones:** Sea ordenado. Ponga su nombre en el extremo superior derecho de cada una de sus hojas de respuesta.

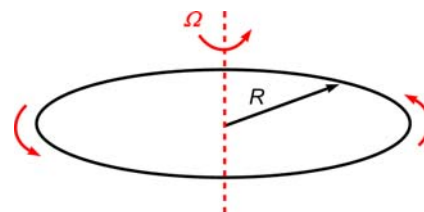
1. Una estación espacial está compuesta por dos cascarones esféricos concéntricos de radios  $R$  y  $2R$ . Ambos cascarones tienen masa  $M$  distribuida uniformemente y cada uno posee dos pequeños orificios. Los cuatro orificios son colineales sobre una recta que pasa por el centro de los cascarones. Una pequeña nave espacial de masa  $m$  está en reposo a una distancia  $\lambda R$  ( $\lambda \geq 2$ ) del centro de la estación, en línea con los orificios.



- Grafique, a escala, la fuerza que experimenta la nave en función de su distancia al centro de la estación espacial. En particular, indique los valores de la fuerza cuando la nave está a una distancia  $\lambda R$ ,  $2R$  y  $R$ .
- Grafique en forma cualitativa la posición de la nave en función del tiempo.
- Calcule el tiempo que demora la nave en cruzar el cascarón interno.

2. Los extremos de una cuerda ideal de densidad de masa lineal  $\mu$  se unen entre sí formando una cuerda cerrada que, al girar alrededor de un eje fijo con velocidad angular  $\Omega$ , se deforma en un círculo de radio  $R$ , sometido a una tensión  $T$ .

Suponga que el radio  $R$  es suficientemente grande como para considerar que una perturbación  $y(s, t)$  generada en la cuerda tensa se propaga a lo largo de ella como si se tratara de una cuerda unidimensional; excepto que, ahora, la variable de posición  $s$  es un arco del círculo. Además, debe cumplirse la siguiente condición de borde (*condición de borde periódica*), debido a que la cuerda está cerrada sobre sí misma



$$y(s, t) = y(s + 2\pi R, t).$$

- Suponiendo conocida la tensión de la cuerda, encuentre los modos normales  $y(s, t)$  de oscilación de la cuerda.
  - Calcule la tensión de la cuerda en función de  $\Omega$ ,  $R$  y  $\mu$ . Sugerencia: Analice el DCL de un arco infinitesimal de la cuerda.
  - Determine la velocidad angular  $\Omega$  de la cuerda para que la frecuencia del primer armónico (modo fundamental) sea 400 Hz.
3. Un tubo de vidrio de índice de refracción  $n_v$ , radio exterior  $R$  y radio interior  $r$  se ha llenado con un líquido cuyo índice de refracción es  $n > n_v$ . ¿Qué relación entre los radios  $r$  y  $R$  del tubo permite que cualquier rayo de luz que incide desde el exterior, perpendicular al eje de simetría del tubo, penetre parcialmente al líquido?

